

# Programme de colle : du 5 au 9 octobre

## 1 Déterminant

1. Existence et unicité d'une application définie sur  $\mathcal{M}_n(\mathbf{K})$  à valeurs dans  $\mathbf{K}$  linéaire par rapport à chaque colonne, est multipliée par  $-1$  lorsque l'on permute deux colonnes et valant 1 en  $I_n$ .
2. Interprétation géométrique du déterminant.
3. Une matrice ayant deux colonnes égales a un déterminant nul.
4. Influence des opérations élémentaires sur les colonnes sur le déterminant.
5.  $\det(\lambda A) = \lambda^n \det(A)$ .
6. Une matrice est inversible si, et seulement si, le déterminant est non nul.
7.  $\det(AB) = \det(A) \det(B)$ ,  $\det(A^T) = \det(A)$  et  $\det(A^{-1}) = \det(A)^{-1}$  si  $A$  est inversible.
8. Développement d'un déterminant par rapport à une ligne ou une colonne.
9. Déterminant d'une famille de vecteurs. Si  $\mathcal{B}$  est une base de  $E$  (dimension  $n$ ), la famille  $(v_1, \dots, v_n)$  est une base si, et seulement si, le déterminant  $\det_{\mathcal{B}}(v_1, \dots, v_n) \neq 0$ .
10. Définition du déterminant d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Les propriétés sont les mêmes que celles énoncées pour les matrices.