Programme de colle : du 2 au 6 novembre

1 Séries numériques

1. Définition de la convergence d'une série. Somme partielle, reste d'une série.
2. Si la série $\sum_{n\geq 0} u_n$ converge, alors $\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$. La réciproque est fausse. Divergence grossière.
3. Linérité pour les séries.
4. Lien suite/série : la suite $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge si, et seulement si, la série $\sum_{n\geq 0}(u_{n+1}-u_n)$ converge.
5. Séries géométriques. Caractérisation de la convergence. Calcul de la somme en cas de convergence.
6. Étude des séries à termes positifs. La série $\sum_{n\geq 0} u_n$ converge si, et seulement si, la suite des sommes partielles est majorée. Théorèmes de comparaison par inégalité, par équivalence Règle de d'Alembert. Exemples.
7. Comparaison série/intégrale. Applications à la recherche d'équivalents de sommes partielles d'une série divergente ou de reste d'une série convergente.
8. Séries de Riemann.
9. Convergence absolue. La convergence absolue entraîne la convergence. La réciproque est fausse.
10. Développement décimal illimité propre d'un réel. Caractérisation des nombres rationnels.

2 Réduction des endomorphismes

1. Valeur propre, vecteur propre d'un endomorphisme.
2. Sous-espace propre associé à une valeur propre. On le note $E_\lambda(u)$, ou E_λ s'il n'y a pas d'ambiguïté.
3. Spectre d'un endomorphisme.
4. Si $\lambda_1,\ldots,\lambda_p$ sont des valeurs propres deux à deux distinctes d'un endomorphisme, alors la somme $E_{\lambda_1}+\cdots+E_{\lambda_p}$ est directe.
5. Polynôme caractéristique d'un endomorphisme : il est unitaire et de degré n. On le note χ_u.
6. Les valeurs propres sont les racines du polynôme caractéristique. Ainsi, un endomorphisme a au plus n valeurs propres.
7. Si λ est valeur propre, alors $1 \leq \dim(E_\lambda) \leq m_\lambda$ où m_λ est la multiplicité de λ dans le polynôme caractéristique.
8. Extension des définitions précédentes et des résultats précédents aux matrices.