

# Programme de colle : du 14 décembre au 18 décembre

## 1 Probabilité sur un univers fini

1. Rappels du vocabulaire de base.
2. Ensemble des parties d'un ensemble.
3. Définition d'un probabilité sur un univers fini. Relations fondamentales.
4. Probabilité conditionnelle.
5. Formule des probabilités composées.
6. Notion de système complet d'événements. Formule des probabilités totales.
7. Formule de Bayes.
8. Indépendance de deux événements. Événements mutuellement indépendants.
9. Notion de variable aléatoire (finie). Loi d'une variable aléatoire.
10. Fonction de répartition. Propriétés.
11. Espérance d'une variable aléatoire finie. Linéarité.
12. Variance d'une variable aléatoire. Formule de König-Huygens.  $\mathbf{V}(aX + b)$ . Inégalité de Bienaymé-Tchebyshev.
13. Rappels sur les lois usuels : uniforme, Bernoulli, binomiale. Espérance et variance pour chacune d'elle.
14. Couple de variables aléatoires (finies). Loi d'un couple. Lois marginales. Loi conditionnelle. La loi conjointe donne les lois marginales et la réciproque est fausse.
15. Indépendance de deux variables aléatoires. Indépendance mutuelle de  $n$  variables aléatoires.
16. Si  $X_1, \dots, X_n$  sont mutuellement indépendantes et suivent toutes une loi de Bernoulli de paramètre  $p \in [0, 1]$ , alors  $X_1 + \dots + X_n$  suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p$ .
17. Lemme des coalitions.
18. Covariance d'un couple  $(X, Y)$ . Formule de König-Huygens.
19. Calcul de  $\mathbf{E}(XY)$ .
20. Développement de  $\mathbf{V}(aX \pm bY)$  à l'aide de la covariance.
21. Expression de la covariance lorsque  $X$  et  $Y$  sont indépendantes.
22. Coefficient de corrélation linéaire.

## 2 Séries entières

1. Définition.
2. Lemme d'Abel. Définition du rayon de convergence. Exemples.