

Programme de colle : du 4 janvier au 8 janvier

1 Séries entières

1. Définition.
2. Lemme d'Abel. Définition du rayon de convergence. Exemples.
3. Disque et intervalle de convergence.
4. Si pour tout $n \in \mathbf{N}$, $|a_n| \leq |b_n|$, alors $R_a \geq R_b$.
5. Si $|a_n| \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} |b_n|$, alors $R_a = R_b$.
6. Les séries entières $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$ et $\sum_{n \geq 0} n a_n z^n$ ont le même rayon de convergence.
7. Somme d'une série entière sur le disque ouvert/l'intervalle ouvert de convergence.
8. La fonction somme est de classe \mathcal{C}^∞ sur $] -R, R[$.
9. Permutation série/intégrale.
10. Fonction développable en série entière sur un intervalle ouvert contenant 0.
11. Expression des coefficients du développement en série entière. Ces coefficients sont uniques.
12. Développement en série entière des fonctions usuelles. La preuve a été faite pour \exp en utilisant la formule de Taylor avec reste intégral.
13. Exponentielle complexe.